Sèrie 3

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. *Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.*
2. *Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.*
3. *En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.*
4. *Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.*
5. *Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.*
6. *Si la resolució presentada a l'examen és diferent a la de la pauta però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.*
7. *Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.*
8. *Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.*
9. *Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.*
10. *Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.*
11. *Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) o molt petit (1 xifra significativa) es penalitzarà amb 0,1p.*

P1)

a)

Trobar l'expressió de la velocitat orbital

0,15 p Segons la llei de la gravitació universal, el mòdul de la força sobre el 6è planeta a causa de l'atracció de l'estrella HD110067 és: $F = G\,\frac{M_6 M_{HD}}{r^2}$

0,15 p Suposant un moviment circular uniforme al voltant de l'estel, l'acceleració centrípeta del planeta és $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2\, r$ en què la velocitat angular és $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

0,15 p El període en segons: $T = 54{,}7 d\,\frac{24\cdot 3600\, s}{1d} = 4{,}73\cdot 10^6\, s$.

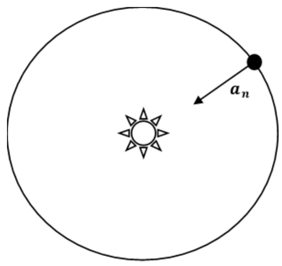
0,30 p Com que sobre el planeta sols actua la força de la gravetat: $G\,\frac{M_6 M_{HD}}{r^2} = M_6 \omega^2\, r$

Per tant, trobem $r = \sqrt[3]{\frac{G M_{HD} T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11} 1{,}98\cdot 10^{30}(4{,}73\cdot 10^6)^2}{4\pi^2}} = 4{,}214\cdot 10^{10}\, m$

0,25 p La representació de l'acceleració normal.

0,25 p El mòdul de l'acceleració normal:

$$a_n = \omega^2\, r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{4\pi^2}{(4{,}73\cdot 10^6)^2} 4{,}214\cdot 10^{10} = 7{,}44\cdot 10^{-2}\, m/s^2$$



b)

0,5 p Els períodes del 5è i 6è planetes tenen la relació: $3\cdot T_6 = 4\cdot T_5$. Per tant, utilitzant la 3a llei de Kepler, (que també podem deduir de l'anterior relació radi-període): $r_6^3/T_6^2 = r_5^3/T_5^2$, tenim que

$$r_5 = r_6 \sqrt[3]{\frac{T_5^2}{T_6^2}} = r_6 \sqrt[3]{\frac{9}{16}} = 3{,}48\cdot 10^{10}\, m\,.$$

O, alternativament,

$$T_5 = \frac{3}{4} 4{,}73\cdot 10^6 = 3{,}547\cdot 10^6\, s$$

I calculem el radi: $r_5 = \sqrt[3]{\frac{G M_{HD} T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11} 1{,}98\cdot 10^{30}(3{,}547\cdot 10^6)^2}{4\pi^2}} = 3{,}48\cdot 10^{10}\, m$

Càlcul de l'energia mecànica:

0,5 p L'energia mecànica és la suma de l'energia cinètica i potencial:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} M_5 v^2 - G\,\frac{M_5 M_{HD}}{r} = \frac{1}{2} M_5 G\,\frac{M_{HD}}{\mathrm{r}} - G\,\frac{M_5 M_{HD}}{r} = -\frac{G M_5 M_{HD}}{2r}$$

0,25 p I per al 5è planeta:

$$E_m = -\frac{G M_5 M_{HD}}{2r} = -\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2{,}5\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\cdot 1{,}98\cdot 10^{30}}{2\cdot 3{,}48\cdot 10^{10}} = -2{,}84\cdot 10^{34}\, J$$

Si l'alumne no posa el signe negatiu de l'energia mecànica resta 0,2.

O, alternativament:

calcular la velocitat i trobar l'energia cinètica:

0,15 p $v = \frac{2\pi r}{T_5} = \frac{2\pi\cdot 3{,}48\cdot 10^{10}}{3{,}547\cdot 10^6} = 6{,}16\cdot 10^4\, m/s$,

0,25 p $E_c = \frac{1}{2} M_5 v^2 = \frac{1}{2} 2{,}5\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}(6{,}16\cdot 10^4)^2 = 2{,}84\cdot 10^{34}\, J$

0,25 p Calcular $E_p = -\frac{G M_5 M_{HD}}{r} = -\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2{,}5\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\cdot 1{,}98\cdot 10^{30}}{3{,}48\cdot 10^{10}} = -5{,}68\cdot 10^{34}\, J$

0,10 p I calcular $E_m = E_c + E_p = 2{,}84\cdot 10^{34} - 5{,}68\cdot 10^{34} = -2{,}84\cdot 10^{34}\, J$

Si l'alumne no posa el signe negatiu de l'energia mecànica resta 0,2.

P2)

a)

0,15 p El so que arriba a cada persona és la interferència dels dos sons emesos. La intensitat serà màxima en el punt A quan tinguem interferència constructiva, és a dir quan la longitud d'ona i la diferència de camins tinguin una relació entera: $|d_2 - d_1| = 3{,}68 = n\lambda$ amb n enter.

0,10 p les freqüències corresponents seran: $f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{340}{3{,}68}\ Hz$.

0,25 p En el rang de 200 a 400 Hz aquestes freqüències són:
$277{,}17 Hz;\ 369{,}56\ Hz;$

0,15 p Perquè la persona B no pugui escoltar el senyal (l'escolti amb intensitat mínima) hem de tenir interferència destructiva en el punt B. En aquest cas la longitud d'ona i la diferència de camins han de tenir una relació semientera: $|d'_2 - d'_1| = 4{,}14 = (n + \frac{1}{2})\lambda$ amb n enter

0,10 p les freqüències corresponents seran: $f = \frac{v}{\lambda} = (n + \frac{1}{2})\frac{340}{4{,}14}\ Hz$.

0,5 p En el rang de 200 a 400 Hz aquestes freqüències són:
$205{,}31\ Hz;\ 287{,}44\ Hz;\ 369{,}56\ Hz;$
Observem que $f = 369{,}56\ Hz$ compleix les dues condicions.

b)

0,5 p A partir de la potència emesa i les distàncies, calculem la intensitat sonora generada per cada un dels altaveus que arriba al punt A:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi d_1^2} = \frac{2{,}36 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 5^2} = 7{,}51 \cdot 10^{-6}\ W/m^2$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi d_2^2} = \frac{2{,}36 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 8{,}68^2} = 2{,}49 \cdot 10^{-6}\ W/m^2$$

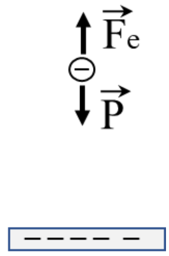
0,25 p La intensitat total és la suma de les intensitats que ens arriben de cada altaveu: $I = I_1 + I_2 = 7{,}51 \cdot 10^{-6} + 2{,}49 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}\ W/m^2$

0,5 p El nivell d'intensitat sonora percebut per la persona que es troba al punt A és:

$$\beta = 10 log\frac{I}{I_0} = 10 log\frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 70\ dB\ .$$

P3)

a)



0,5 p Dibuix: La força elèctrica és repulsiva ja que les càrregues tenen el mateix signe i s'oposa al pes.

0,25 p L'objecte levita, per tant, està en equilibri, i el sumatori de forces que actuen sobre ell serà zero. Per tant, els mòduls de la força elèctrica i del pes seran iguals: $\vec{F}_e + \vec{P} = 0$ i $|\vec{F}_e| = |\vec{P}|$,

0,5 p Per calcular la càrrega de l'objecte, utilitzem l'expressió de la força elèctrica i la igualem a la del pes:

$$k\frac{q_{obj}q_{bar}}{r^2} = mg$$

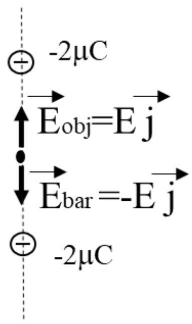
En què la càrrega de l'objecte i de la barra són iguals: $q_{obj} = q_{bar} = Q$ i, per tant, podem escriure : $k\frac{Q\cdot Q}{r^2} = mg$ i, per tant, $Q = \sqrt{\frac{mgr^2}{k}} = \sqrt{\frac{0{,}01\cdot 9{,}8\cdot 0{,}55^2}{8{,}99\cdot 10^9}} = 1{,}82\cdot 10^{-6}\ C = 1{,}82\ \mu C$.

Per tant, la càrrega de l'objecte és $q_{obj} = 1{,}82\ \mu C$.

b)

0,15 p El camp elèctric en el punt central és la suma dels dos camps.

0,15 p Les càrregues són iguals, $-2\ \mu C$, i les distàncies al punt també, 0,3 m, per tant ambdós camps tindran el mateix mòdul. El camp elèctric creat per una càrrega negativa està dirigit cap a la càrrega que el crea, així doncs tindran sentit contrari.



$\vec{E} = \vec{E}_{obj} + \vec{E}_{bar} = k\frac{q}{r^2}\vec{j} - k\frac{q}{r^2}\vec{j} = 0$

L'alumne ha de calcular o justificar el resultat.

0,15 p El potencial serà la suma dels potencials creats per cada càrrega. Considerant el potencial nul a l'infinit:

$V = V_{obj} + V_{bar} = k\frac{q}{r} + k\frac{q}{r}$.

0,20 p Per tant $V = 8{,}99\cdot 10^9\frac{-2\cdot 10^{-6}}{0{,}3} + 8{,}99\cdot 10^9\frac{-2\cdot 10^{-6}}{0{,}3} = -1{,}20\cdot 10^5\ V$

Càlcul del treball de la força externa:

0,20 p Per portar un electró des de l'infinit fins al punt central haurem de fer en tot moment una força contraria al camp elèctric, per tant el treball fet per la força externa és el treball fet per la força elèctrica canviat de signe.

0,40 p El treball realitzat pel camp elèctric és menys l'increment d'energia potencial:

$W_E = -\Delta U = -q\cdot\Delta V = 1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot(-1{,}2\cdot 10^5\ - 0) = -1{,}92\cdot 10^{-14}\ J$

Per tant, la força externa ha de fer un treball: $W_{ext} = 1{,}92\cdot 10^{-14}\ J$

O, alternativament:

0,20 p El treball de les forces externes és la variació d'energia potencial: $W_{F\ ext} = \Delta U$

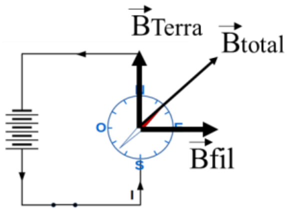
0,40 p Per tant, calculem la variació d'energia potencial al portar la càrrega des de l'infinit al punt central: $\Delta U = q\cdot\Delta V = -1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot(-1{,}2\cdot 10^5\ - 0) = 1{,}92\cdot 10^{-14}\ J$

i per tant $W_{ext} = 1{,}92\cdot 10^{-14}\ J$.

P4)

a)

0,5 p Dibuix. El camp magnètic terrestre està dirigit en la direcció del fil i sentit nord de la brúixola, com es dedueix del circuit obert. El camp magnètic generat per la intensitat de corrent que passa pel fil conductor està dirigit cap a la dreta ja que l'agulla gira cap aquest costat.



0,75 p L'agulla és a sobre del fil conductor, ja que segons la direcció del corrent elèctric i utilitzant la regla de la mà dreta (o equivalent) amb aquesta distribució es genera un camp magnètic apuntant cap a la dreta en punts per sobre el corrent elèctric.

b)

0,5 p Veiem que les components del camp magnètic total corresponen al camp magnètic terrestre i al camp generat pel fil conductor. Si l'agulla forma un angle de 45º amb el corrent elèctric, els mòduls dels dos camps són iguals ja que $tg45^{\text{o}} = 1 = \frac{B_{fil}}{B_{Terra}}$ i per tant deduïm que $B_{Terra} = B_{fil}$.

0,5 p Calculem el camp generat per la intensitat de corrent:

$$B_{fil} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot\ 20}{2\pi \cdot 0{,}1} = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T} = 40\mu\mathrm{T}$$

0,25 p Per tant, la component horitzontal del camp magnètic terrestre és $B_{Terra} = 40\mu\mathrm{T}$

P5)

a)

L'alumne pot utilitzar qualsevol criteri de signe coherent (Aquí utilitzem el criteri DIN):

0,25 p L'objecte, llibre, està a 35 cm davant de la lent (s=-35cm),

0,25 p La imatge ha d'estar a 70cm també davant de la lent (s'=-70cm) per poder-la enfocar.

0,25 p Per tant, utilitzant l'equació de la lent prima $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$, tenim: $\frac{1}{-70}-\frac{1}{-35}=-\frac{1}{70}+\frac{2}{70}=\frac{1}{70}=\frac{1}{f'}$. Per tant f'=70cm

0,25 p La potència és la inversa de la distància focal:

0,25 p $P=\frac{1}{f'}=\frac{1}{0{,}7}=1{,}43\ D\ (diòptries)$

b)

0,25 p L'objecte està a 25 cm davant de la lent (s=-25cm) i la focal de la lent és 20cm. Per tant, utilitzant $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$, tenim: $\frac{1}{s'}-\frac{1}{-25}=\frac{1}{20}$ i $\frac{1}{s'}=\frac{1}{20}-\frac{1}{25}=\frac{5}{100}-\frac{4}{100}=\frac{1}{100}$.

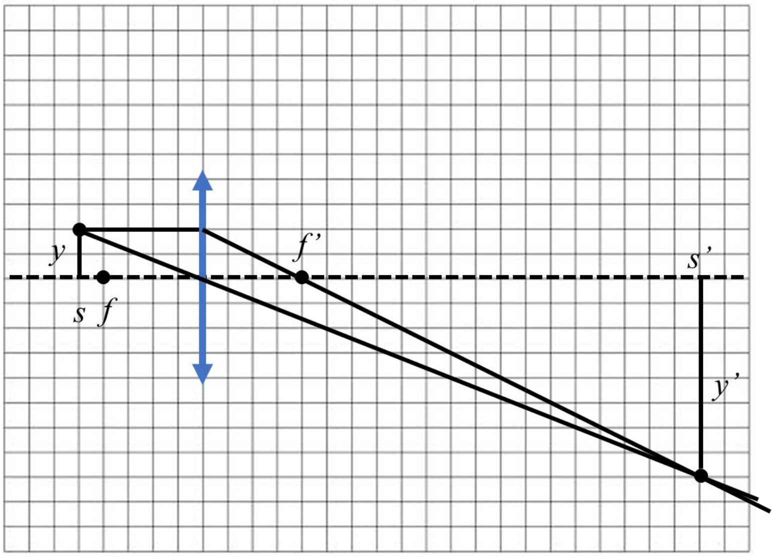
Per tant, s'=100 cm

0,25 p La mida de la imatge la podem trobar amb la relació $\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$, i, per tant,

$y'=y\frac{s'}{s}=10\cdot\frac{100}{-25}=-40\ cm.$

0,25 p +gran/real/invertida

0,5 p diagrama de rajos: Utilitzem rajos que surten d'un punt de l'objecte per trobar la imatge. El raig paral·lel a l'eix és desviat per la lent i passa per f'. El raig que passa pel centre de la lent no es desvia. La imatge es crea on es creuen els dos rajos.



P6)

a)
0,5 p Hem d'imposar la conservació del nombre de nucleons i de la càrrega elèctrica. Igualment, com que s'emet un leptó (electró) que és partícula, s'ha d'emetre un leptó que sigui antipartícula, per tant s'emetrà un antineutrí:

$$^{14}_{6}C \rightarrow \ ^{14}_{7}N + \ ^{0}_{-1}e + \ ^{0}_{0}\bar{\nu}_e$$

0,25 p Es tracta d'una desintegració beta (β^-) perquè s'emet un electró.
0,5 p L'equació de desintegració és $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ en què λ és la constant de desintegració. El període de semidesintegració $t_{1/2}$ és aquell en el qual la mostra radioactiva N s'ha reduït a la meitat. Per a aquest temps es compleix:
$N(t) = \frac{N_0}{2} = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$ i per tant, $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$ i obtenim $\lambda \cdot t_{1/2} = -ln\frac{1}{2}$. Aïllant el període de semidesintegració tenim: $t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$.

b)
0,25 p Utilitzem l'expressió $t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$ per calcular la constant de desintegració:

$$\lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}} = \frac{ln2}{5730} = 1{,}21 \cdot 10^{-4} anys^{-1}$$

o el seu equivalent en segons $\lambda = 3{,}83 \cdot 10^{-12} s^{-1}$

0,5 p Per calcular quin percentatge de carboni-14 roman a la mostra respecte el que hi havia en el moment de la mort de l'animal, tornem a utilitzar l'equació de desintegració $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$. Aplicant l'expressió pel temps que ha passat obtenim el quocient entre el carboni-14 actual i l'inicial (moment de la mort de l'animal): $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-1{,}21 \cdot 10^{-4} \cdot 6010} =$ 0,483 . Per tant, queda un 48,3% del carboni-14 inicial.

0,5 p La variació de l'activitat amb el temps ens la dona la relació següent: $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$
Si l'activitat actual és de 3,63 Bq i han passat 6010 anys, l'activitat de l'os en el moment de la mort de l'animal, A_0, és: $A_0 = \frac{A(t)}{e^{-\lambda t}} = \frac{3{,}63}{0{,}483} = 7{,}51$ Bq.

P7)

a)

0, 10 p La freqüència d'oscil·lació és el nombre d'oscil·lacions per segon: $f = \frac{40\ oscil}{60\ s} = 0{,}667\ Hz$, i el període la seva inversa $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}667} = 1{,}5\ s$

0, 15 p La constant de la molla està relacionada amb la freqüència angular del moviment: $k = m\omega^2 = m(2\pi f)^2 = 0{,}1 \cdot (\frac{2\pi}{1{,}5})^2 = 1{,}75\ N/m$.

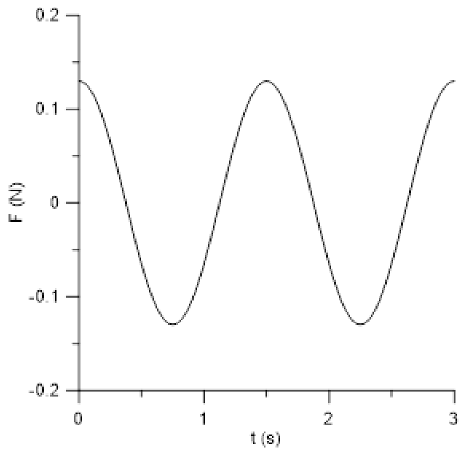
0, 15 p Considerant que l'alumne escull l'equació del moviment : $y = A \cdot sin(\omega t + \varphi_o)$ o $y = A \cdot cos(\omega t + \varphi_o)$. La diferència entre la posició més alta i més baixa és 2A=0,15m, i per tant, A=0,075m. La freqüència angular és $\omega = 2\pi f = 4{,}19\ rad/s$.

0, 10 p Inicialment (t=0) és a la posició més baixa: $-A = A \cdot sin(\varphi_o)$, per tant $\varphi_o = \frac{3\pi}{2}\ rad$ (o $\varphi_o = -\frac{\pi}{2}\ rad$) i ens queda: $y = 0.075 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{3\pi}{2}\right)\ m$ en què t és en segons i y en metres. Alternativament amb el cosinus : $-A = A \cdot cos(\varphi_o)$, per tant $\varphi_o = \pi\ rad$ i per tant: $y = 0.075 \cdot cos(4{,}19t + \pi)\ m$ o $y = -0.075 \cdot cos(4{,}19t)\ m$ o $y = -0.075 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{\pi}{2}\right)\ m$ o qualsevol altra d'equivalent.

També pot ser que l'alumne expressi que el sentit positiu de l'eix y és avall, obtenint les mateixes expressions canviades de signe.

0, 25 p Per representar la força elàstica $F(t) = -k \cdot y(t) = -1{,}75 \cdot 0.075 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{3\pi}{2}\right) N = -0{,}13 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{3\pi}{2}\right) N$ o alternativament pot utilitzar altes expressions de y(t) obtenint $F(t) = 0.13 \cdot cos(4{,}19t)\ N$, ...

Les expressions de la posició i de la força donades han de ser coherents.



0, 5 p Dibuix. No especificar la magnitud resta 0,1; no especificar les unitats, resta 0,1, i no especificar els valors numèrics correctament als eixos resta 0,1.

b)

0, 5 p L'energia mecànica del moviment harmònic simple és

$E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}1.75 \cdot 0{,}075^2 = 4{,}92 \cdot 10^{-3}\ J$

0, 5 p I l'energia cinètica en funció de la posició la podem obtenir de

$Ec = E_m - E_{pe} = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ i posant-hi valors:

$Ec = 0{,}875(0{,}075^2 - x^2) = 0{,}00492 - 0{,}875x^2$.

0, 25 p La velocitat per a y=3cm, la podem trobar a partir de l'energia cinètica

$$Ec = 0{,}875(0{,}075^2 - 0{,}03^2) = 4{,}13 \cdot 10^{-3}\ J$$

I la velocitat serà:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}13 \cdot 10^{-3}}{0{,}1}} = \pm 0{,}288\ m/s$$